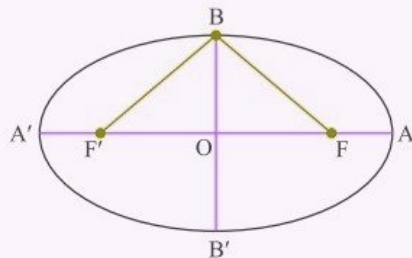
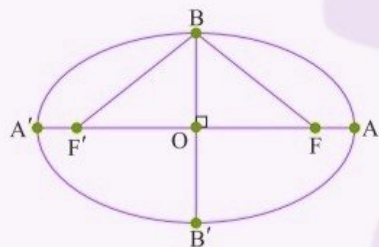


آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : هندسه	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی دوازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۹ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	سوالات		
	نمره		

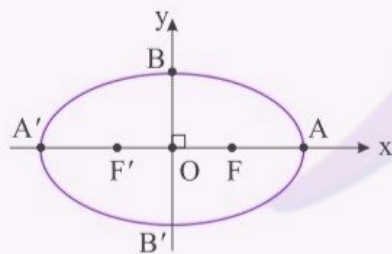
۱ در بیضی زیر با کانون‌های F و F' ، طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه \widehat{OFB} را به دست آورید.



۲ در شکل زیر اگر $OA = a$ ، $OB = b$ و $OF = c$ باشد، ثابت کنید: $a^2 = b^2 + c^2$



۳ مرکز بیضی زیر بر مبدأ مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای x و y منطبق هستند و فاصله F از هر دو نقطه A و O برابر ۴ است. طول قطر کوچک بیضی را محاسبه کنید.



مختصات رأس و کانون سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) را به دست آورید.

۴

وضعیت خط $x - y - 1 = 0$ و دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید.

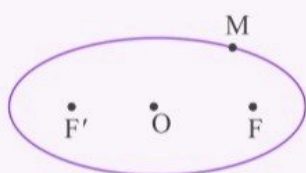
۵

معادله دایره‌ای را به دست آورید که خطوط $x - 2y = 4$ و $x + y = 1$ شامل قطرهایی از دایره باشند و خط $4x - 3y = 6$ بر دایره مماس باشد.

۶

در شکل زیر نقطه M روی بیضی و کانون‌های F و F' مشخص شده‌اند. خط d را به گونه ای رسم کنید که در نقطه M بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه F' خطی موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه‌ای مانند N قطع کند. ثابت کنید: $NF' = MF'$

۷



۸ فرض کنید از مثلث ABC، اندازه ضلع BC و ارتفاع AH و محیط مثلث، داده شده باشد، با استفاده از خواص بیضی شیوه رسم این مثلث را توضیح دهید.

۹ دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ -4x + 6y = 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید.

الف هریک از معادلات دستگاه معادله یک خط در صفحه است. شیب هریک از این دو خط را معلوم کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ آیا این دو خط بر هم منطبق هستند؟

ب ماتریس ضرایب دستگاه را تشکیل دهید. آیا این ماتریس وارون‌پذیر است؟ چرا؟

۱۰ معادله دایره‌ای را بنویسید که:

الف مرکز آن $O(1, 1)$ و $A(3, 2)$ نقطه‌ای از آن باشد.

ب $O(2, 1)$ مرکز آن بوده و بر خط $3x + 4y = 0$ مماس باشد.

پ $O(-1, -1)$ مرکز آن بوده و روی خط $x + y = 1$ وتری به طول ۲ ایجاد کند.

ت خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4x + 3y = 6$ بر آن مماس باشد.

ث از نقاط $A(1, 2)$ و $B(3, 0)$ بگذرد و $y = 2x - 1$ شامل قطری از آن باشد.

۱۱ دستگاه $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید.

۱۲ مختصات کانون و معادله خط هادی سهمی $y^2 + 4x = 8$ را به دست آورید.

۱۳ نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی‌متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد. (درباره تعداد جواب‌های مسئله بحث کنید.)

۱۴ معادله قطر کانونی یک بیضی، $y = -1$ و معادله قطر کوچک، $x = 2$ است. اگر طول قطرهای بزرگ و کوچک به ترتیب ۱۲ و ۸ واحد باشند، مرکز بیضی و فاصله کانونی را به دست آورید.

۱۵ دایره‌هایی که مرکز آن‌ها روی سهمی به معادله $(y - 1)^2 = -8(x + 1)$ واقع است و از کانون سهمی می‌گذرند، بر خط به معادله مماس هستند.

۱۶ دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد.

۱۷ دو نقطه A و B و خط l مفروض‌اند. نقاطی را بیابید که از A و B به یک فاصله و از l به فاصله d باشد.

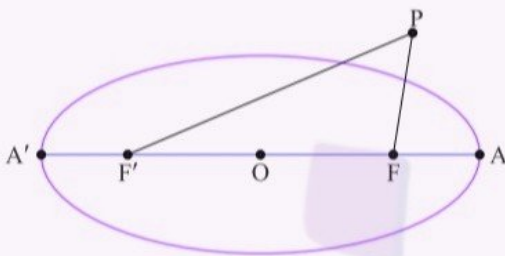
۱۸ در دایره به معادله ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ با استفاده از روش مربع کامل، ثابت کنید شعاع دایره برابر با $r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$ است.

۱۹ مختصات کانون، رأس و معادله خط هادی سهمی به معادله $y^2 - 6y + 16x + 25 = 0$ را تعیین کنید.

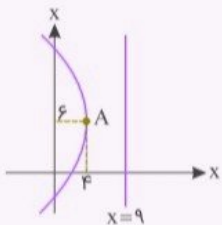
به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۲۰ خروج از مرکز یک بیضی با اندازه قطرهای ۴ و ۶ را بیابید.

۲۱ نقطه P بیرون بیضی با قطر بزرگ $AA' = 2a$ و کانون‌های F و F' مفروض است. ثابت کنید: $PF + PF' > 2a$.



۲۲ در شکل زیر نمودار یک سهمی و خط هادی آن رسم شده است. مختصات کانون و معادله سهمی را بنویسید.

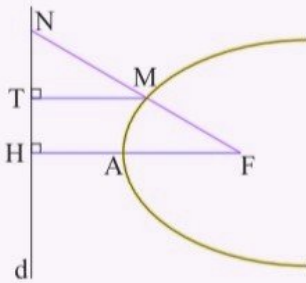


۲۳ معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(1, 1)$ و روی خط $3x + 4y + 8 = 0$ وترى به طول ۸ جدا کند.

۲۴

در شکل زیر، سهمی با رأس A ، کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا d را در نقطه N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم.

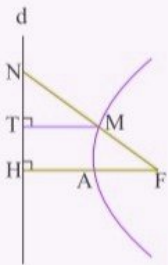
ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$



۲۵

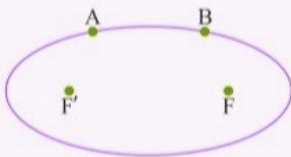
در شکل زیر سهمی با رأس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و

امتداد داده‌ایم تا d را در N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$.



۲۶

در شکل زیر دو نقطه A و B روی بیضی با کانون‌های F و F' قرار دارند. اگر $AF' = BF$ و همچنین AF و BF' یکدیگر را درون بیضی در نقطه‌ای مانند M قطع کنند، نشان دهید مثلث FMF' متساوی الساقین است و M روی قطر کوچک بیضی قرار دارد.



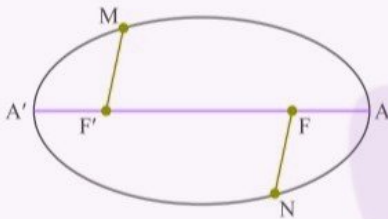
۲۷

یک دیش مخابراتی به شکل سهموی با دهانه دایره‌ای به قطر ۶۰ واحد و گودی (عمق) ۹ واحد مفروض است؛ فاصله کانونی این دیش را به دست آورید.

۲۸ معادله سهمی را به دست آورید که خط هادی آن $x = -1$ و نقطه $(2, 3)$ کانون آن باشد.

۲۹ از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix} = 0$ مقادیر x را به دست آورید.

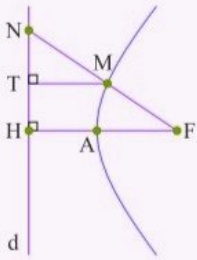
۳۰ در شکل زیر دو نقطه M و N روی بیضی و کانون‌های F و F' مشخص شده‌اند. با فرض $MF' = NF$ ، نشان دهید MF موازی NF' است.



۳۱ معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز آن $O(0, 1)$ باشد و با دایره $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 16 = 0$ مماس داخل باشد.

۳۲ در نقطه $A(-1, 0)$ روی دایره $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 20$ مماسی بر آن رسم کرده‌ایم. معادله این خط مماس را به دست آورید.

در شکل زیر که با رأس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است، از کانون F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا خط d را در N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$



اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقادیر m و n را طوری بیابید که رابطه $A^2 = mA + nI_2$ برقرار باشد. (I_2 ماتریس همانی است)

دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ‌یک نیست در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد (بحث کنید).

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : هندسه	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی دوازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۱۱ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	پاسخنامه		نمره

۱ راه حل اول:

$$a = \sqrt{2}b \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{3}b$$

$$\tan(\widehat{OFB}) = \frac{OB}{OF} = \frac{b}{\sqrt{3}b} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{OFB} = 30^\circ$$

۲ راه حل دوم:

$$a = \sqrt{2}b \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{3}b$$

$$\tan(\widehat{OBF}) = \frac{OF}{OB} = \frac{\sqrt{3}b}{b} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{OBF} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{OFB} = 30^\circ$$

۳ راه حل سوم:

$$a = \sqrt{2}b, \cos(\widehat{OBF}) = \frac{OB}{BF} = \frac{b}{a} = \frac{b}{\sqrt{2}b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{OBF} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{OFB} = 30^\circ$$

۴ راه حل چهارم:

$$a = \sqrt{2}b, \sin(\widehat{OFB}) = \frac{OB}{BF} = \frac{b}{a} = \frac{b}{\sqrt{2}b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{OFB} = 30^\circ$$

۲ نقطه B روی عمود منصف پاره خط FF' قرار دارد، در نتیجه:

$$BF = BF' \quad (۱)$$

فاصله هر نقطه روی بیضی از دو کانون برابر است با قطر بزرگ بیضی:

$$BF + BF' = \sqrt{2}a \xrightarrow{(۱)} BF = BF' = a$$

بنابراین رابطه فیثاغورس در مثلث BOF داریم:

$$OF^2 + OB^2 = BF^2 \Rightarrow c^2 + b^2 = a^2$$

$$OF = c = ۴, \quad OA = a = ۸ \xrightarrow{(۰/۵)} b^2 = a^2 - c^2 = \underbrace{۶۴ - ۱۶}_{(۰/۲۵)} = ۴۸$$

$$\Rightarrow \underbrace{b = ۴\sqrt{۳}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \sqrt{2}b = ۸\sqrt{۳} \quad (۰/۲۵)$$

۳

طریقه رسم بیضی با داشتن BC (کانون‌ها به فاصله BC از هم قرار دارند) وسط آن‌ها را O مرکز بیضی در نظر گرفته از دو طرف به اندازه (p, c) یعنی نصف محیط منهای نصف BC روی امتداد BC انتخاب کرده تا دور آن بیضی پدید آیند؛ با داشتن a و c می‌توان b را هم محاسبه کرد و بیضی را رسم کرد.

$$\begin{aligned}c^2 &= a^2 - b^2 \\ \Rightarrow b^2 &= c^2 - a^2 = (p - c)^2 - c^2 \\ \Rightarrow b &= \sqrt{p^2 - pc} \\ AB + AC + BC &= 2p \\ \Rightarrow AB + AC &= 2p - BC \\ \Rightarrow 2a &= 2p - BC\end{aligned}$$

اگر $AH < h$ باشد مسئله ۴ تا جواب دارد.

اگر $AH = h$ باشد مسئله ۲ تا جواب دارد.

اگر $AH > h$ باشد مسئله جواب ندارد.

بیضی با کانون‌های B, C و رأس A نقطه‌ای از بیضی که قطر بزرگ بیضی 2a است عرض می‌کنیم، خط موازی BC به فاصله AH از آن رسم می‌کنیم.

$$\begin{aligned}L: 2x - 3y = 3 &\Leftrightarrow y = \frac{2}{3}x - 1 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}, h = -1 \\ L': -4x + 6y = 1 &\Leftrightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{6} \Leftrightarrow m' = \frac{2}{3}, h' = \frac{1}{6} \\ \Rightarrow m = m', h = h' &\Leftrightarrow L \parallel L'\end{aligned}$$

پس دو خط موازی‌اند و برهم منطبق نیستند، زیرا عرض از مبدأهای آن‌ها مساوی نیست.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ -4x + 6y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = (2)(6) - (-3)(-4) = 0$$

پس A وارون‌پذیر نیست؛ لذا این دستگاه جواب ندارد.

$$\begin{aligned}r = OA &= \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \\ (x - 1)^2 + (y - 1)^2 &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}r &= \frac{|3(2) + 4(1) + 0|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2 \\ (x - 2)^2 + (y - 1)^2 &= 4\end{aligned}$$

$$OH = \frac{|-1-1-1|}{\sqrt{1+1}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$r^2 = 1^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 + \frac{9}{2} = \frac{11}{2}$$

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 = \frac{11}{2}$$

ج

ت

ث

۱۱

از دستگاه داده شده به دست می آید:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

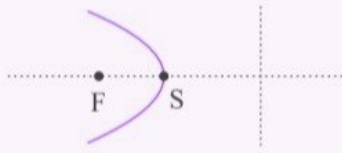
در نتیجه:

$$A^{-1} = \frac{1}{1-4} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

یعنی $x=1$ و $y=2$.

$$y^2 + 4x = 8 \Rightarrow y^2 = -4(x - 2)$$

رو به چپ : $S(2, 0)$



$$4p = 4 \Rightarrow p = 1$$

کانون : $F(2-1, 0) \Rightarrow F(1, 0)$

خط هادی : $x = 2+1 \Rightarrow x = 3$

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه A، به فاصله ۲ cm باشند، دایره‌ای به مرکز A با شعاع ۲ cm می‌باشد و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d، به فاصله ۳ cm باشند، دو خط L و L' موازی با d و به فاصله ۳ cm از آن هستند. نقطه برخورد آن دایره با این دو خط موازی (L و L')، جواب مسئله است.
بحث در وجود جواب:

حالت اول: دایره یکی از خطوط L یا L' را در دو نقطه قطع می‌کند. در این حالت مسئله دو جواب دارد.
حالت دوم: دایره بر یکی از خطوط L یا L' مماس است. در این حالت مسئله یک جواب دارد.
حالت سوم: دایره هیچ‌یک از خطوط L و L' را قطع نمی‌کند. در این حالت مسئله فاقد جواب است.

مرکز بیضی محل برخورد قطر کانونی و قطر کوچک است، پس $O(2, -1)$. باتوجه به اینکه $AA' = 12$ و $BB' = 8$ بنابراین:

$$AA' = 2a = 12 \Rightarrow a = 6$$

$$BB' = 2b = 8 \Rightarrow b = 4$$

همچنین:

$$c^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow c = 2\sqrt{5} \Rightarrow FF' = 2c = 4\sqrt{5}$$

$$x = 1$$

مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله‌اند عمودمنصف پاره‌خط AB است این خط را رسم می‌کنیم و l می‌نامیم. مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر هستند دو خط d' و d'' می‌باشند که موازی d هستند. محل برخورد دو خط d' و d'' با خط l جواب مسأله است.

الف- اگر خط l دو خط d' و d'' را قطع کند مسئله دو جواب دارد.

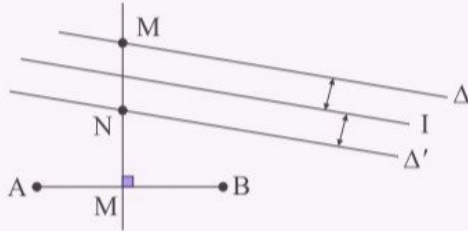
ب- اگر خط l بر یکی از دو خط d' یا d'' منطبق باشد مسئله بی‌شمار جواب دارد.

پ- اگر خط l هیچ یک از دو خط d' و d'' را قطع نکند مسئله جواب ندارد.

عمودمنصف AB را رسم می‌کنیم. نقاط باید روی عمودمنصف قرار بگیرد. مکان هندسی تمام نقاطی که از خط l به فاصله d هستند دو خط موازی آنها (Δ , Δ') هستند. محل‌های برخورد عمودمنصف با خطوط Δ و Δ' جواب‌های مسئله هستند. (۲ جواب در شکل)

بحث:

- ۱- اگر عمودمنصف موازی خطوط Δ و Δ' باشد مسأله جواب ندارد.
- ۲- اگر عمودمنصف بر یکی از خطوط Δ یا Δ' منطبق باشد بی‌شمار جواب دارد.



$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

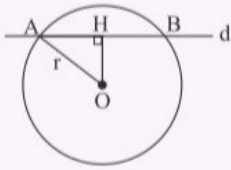
$$\Rightarrow (x^2 + ax + \frac{a^2}{4}) + (y^2 + by + \frac{b^2}{4}) = -c + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}$$

$$(x + \frac{a}{2})^2 + (y + \frac{b}{2})^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \Rightarrow r^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4}$$

$$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$$

فرم استاندارد سهمی به صورت $(y - 3)^2 = -16(x + 1)$ است. سهمی افقی و دهانه سهمی به سمت چپ باز می‌شود. رأس سهمی نقطه $A(-1, 3)$ است و $a = 4$ مختصات کانون آن نقطه $F(-5, 3)$ است. معادله خط هادی سهمی به صورت $x = a + h = 3$ است.

پاسخ سؤالات ۲۰ تا ۲۱



$$AH = \frac{AB}{2} = 4$$

$$OH = \frac{|3 + 4 + 8|}{\sqrt{9 + 16}} = 3$$

بنابر قضیه فیثاغورس:

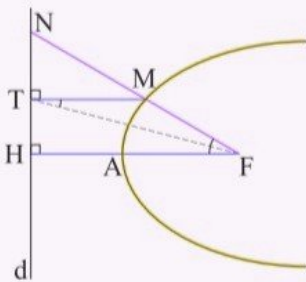
$$OA = r = \sqrt{OH^2 + AH^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

در نتیجه معادله دایره به صورت زیر است:

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$$

بنا به تعریف سهمی $MT = MF$ و لذا مثلث MFT متساوی الساقین است، پس $\hat{MTF} = \hat{MFT}$ از طرفی $MT \parallel FH$ و FT خط مورب می‌باشد، پس بنابر قضیه خطوط موازی و مورب $\hat{MTF} = \hat{TFH}$ از دو رابطه اخیر نتیجه می‌شود که TF نیمساز زاویه \hat{NFH} می‌باشد. با استفاده از قضیه نیمساز در مثلث FHN داریم:

$$\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{2FA} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH}$$



$$\begin{bmatrix} x & 2x & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 11x - 1 & -x - 2 & -3x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow 11x^2 - x - 2x^2 - 4x + 3x = 0$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(9x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{9} \end{cases}$$

۳۰ M روی بیضی است، پس داریم: $MF + MF' = 2a$

N روی بیضی است، پس داریم: $NF + NF' = 2a$

پس:

$$MF + MF' = NF + NF' \xrightarrow{MF'=NF} MF = NF'$$

بنابراین چهارضلعی $MFNF'$ متوازی الاضلاع است لذا $MF \parallel NF'$

$$(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 4 \Rightarrow O'(4, -2), \quad r' = 2 \quad (o/25)$$

$$OO' = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \quad (o/25)$$

$$|r - r'| = OO' \xrightarrow{(o/25)} |r - 2| = 5 \xrightarrow{(o/25)} \begin{cases} r = 7 \quad (o/25) \\ r = -3 \quad (o/25) \end{cases} \quad \text{غقق}$$

$$\Rightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 49 \quad (o/25)$$

$$O(1, 4)$$

$$m_{OA} = 2 \Rightarrow m' = -\frac{1}{2}$$

$$y - 0 = -\frac{1}{2}(x + 1) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad x + 2y = -1$$

بنابه تعریف سهمی $MF = MT$ مثلث MFT متساوی الساقین است: $M\hat{T}F = T\hat{F}M$ (۱)

از طرفی بنابه خطوط موازی $FH \parallel MT$ و مورب FT نتیجه می‌شود: $M\hat{T}F = T\hat{F}H$ (۲)

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود TF نیمساز است. بنابه قضیه نیمساز در مثلث FHN داریم:

$$\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{FH=TF} \frac{NF}{TF} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH}$$

روش دوم:

$FH \parallel MT$ باتوجه به قضیه تالس در مثلث NHF :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH} \\ \frac{MT}{FH} = \frac{NM}{NF} \end{array} \right. \xrightarrow{MT=MF} \frac{NF}{FH} = \frac{NM}{MF}$$

$$\xrightarrow{FH=TF} \frac{NF}{TF} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} \quad (0/5)$$

$$mA + nI = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & fm \\ 2m & m \end{bmatrix}}_{(0/25)} + \underbrace{\begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}}_{(0/5)} = \underbrace{\begin{bmatrix} n & fm \\ 2m & m+n \end{bmatrix}}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{n=8}_{(0/25)}, \underbrace{m=1}_{(0/25)}$$

روش اول:

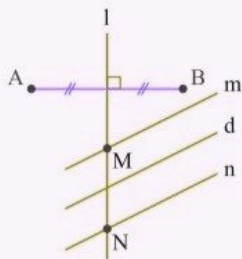
مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقاط A و B فاصله برابر دارند، عمودمنصف پاره خط AB است.

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشند، دو خط موازی با d و به فاصله ۳ سانتی‌متر از آن است. نقاط برخورد عمودمنصف با دو خط موازی جواب مسئله است.

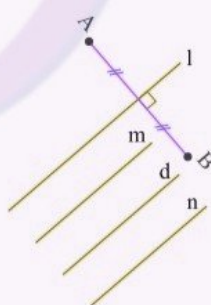
بحث:

- حالت اول: اگر خط عمودمنصف، هر دو خط موازی را قطع کند، مسئله دارای دو جواب است.
- حالت دوم: اگر خط عمودمنصف، دو خط موازی را قطع نکند، مسئله جواب ندارد.
- حالت سوم: اگر خط عمودمنصف، منطبق بر یکی از دو خط موازی باشد، مسئله دارای بی‌شمار جواب است.

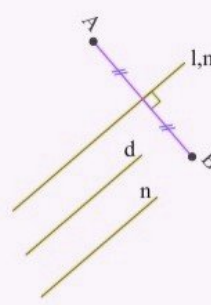
روش دوم:



مسئله دو جواب دارد



مسئله جواب ندارد



مسئله بی‌شمار جواب دارد